

Ulrich KORTENKAMP, Schwäbisch Gmünd & Katrin ROLKA, Köln

„Der Boxplot ist nur von einzelnen Werten abhängig“ – Dateninterpretation durch Computereinsatz schulen

Mit Hilfe von Boxplots lassen sich Datenreihen in aufschlussreicher Form visualisieren. Allerdings sind die Informationen, die in der grafischen Darstellung als Boxplot übermittelt werden, auf gewisse Aspekte beschränkt. Bakker, Biehler und Konold (2004) stellen beispielsweise fest, dass der Umgang mit und das Verständnis von Boxplots insbesondere für jüngere Schülerinnen und Schüler mit nicht unerheblichen Schwierigkeiten verbunden ist. Ziel unserer Arbeit ist es nicht, dass die Schülerinnen und Schüler Boxplots besser oder einfacher erstellen können. Durch die Vereinfachung der Erstellung von Boxplots mit Hilfe eines Applets¹ und die darauf abgestimmten Übungen sollen die Schülerinnen und Schüler vielmehr in die Lage versetzt werden, Boxplots zu *interpretieren* und dadurch Informationen über die Verteilung der zugrunde liegenden Datenmenge erschließen zu können.

1. Theoretischer Hintergrund

Die Strukturierung und Veranschaulichung numerischer Daten mit Hilfe von Boxplots basiert auf den folgenden fünf Werten: Minimum, unteres Quartil, Median, oberes Quartil und Maximum. Als Beispiel werden die Körpergrößen (in cm) von zwölf Jugendlichen aus einer 9. Klasse betrachtet. Die Daten sind bereits aufsteigend sortiert und die für die Erstellung eines Boxplots wichtigen Werte markiert:

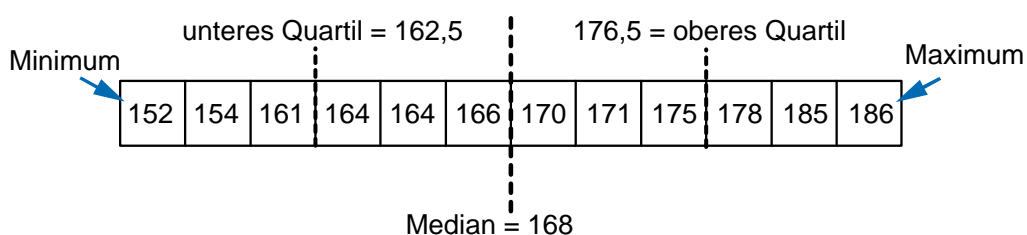


Abb. 1: Beispieldaten (Größe von Schülerinnen und Schülern in cm)

Uneinheitlichkeiten bei der Bestimmung der Quartile sowie eine Möglichkeit zur handlungsorientierten Ermittlung derselben finden sich in Kortenkamp und Rolka (erscheint).

¹ <http://kortenkaemp.net/material/stochastik/Boxplot.html>

Zur Erstellung eines Boxplots wird ein Rechteck – eine Box – gezeichnet, das sich vom unteren Quartil bis zum oberen Quartil erstreckt. In diese Box wird der Median eingezeichnet. Außen an die Box werden so genannte „Antennen“ gezeichnet. Sie reichen einmal vom unteren Ende der Box bis zum kleinsten Wert und einmal vom oberen Ende der Box bis zum größten Wert. Für die oben aufgelisteten Körpergrößen der zwölf Jugendlichen ergibt sich der Boxplot wie in Abbildung 2.

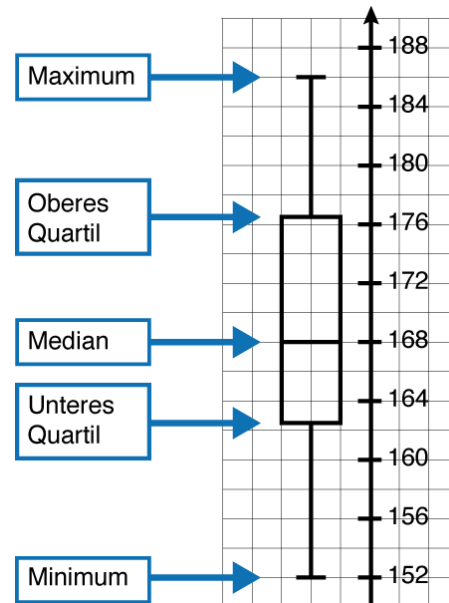


Abb. 2: Boxplot

Einerseits veranschaulichen Boxplots in kompakter und beeindruckender Weise die Mitte und Streuung von Verteilungen und sind daher besonders geeignet, wenn Daten verglichen werden, die experimentell erhoben oder aus stochastischen Prozessen gewonnen wurden (z.B. Biehler, 2007). Andererseits beinhalten Boxplots lediglich eine aggregierte Sicht auf die Daten, so dass – bis auf die zur Konstruktion verwendeten fünf Kennzahlen – individuelle Werte der ursprünglichen Datenreihe nicht mehr ersichtlich sind. Ein weiteres Problem ergibt sich daraus, dass – im Vergleich zu anderen grafischen Darstellung wie Histogrammen – in der Box stets die Hälfte aller Datenwerte liegt, und die Größe der Box somit nicht die Anzahl, sondern die Streuung der Werte beschreibt, und eine *kleinere* Box also eine *höhere* Dichte der Werte bedeutet.

Der Schritt zur Interpretation, das „Interpretieren von Daten in verschiedenen Darstellungsformen“ wird explizit in Rahmenplänen gefordert, z.B. im Bildungsplan für die Realschule 2004 des Landes Baden-Württemberg oder auch in den Bildungsstandards der KMK (2004). Üblicherweise muss dazu der gesamte Weg der Datenverarbeitung gegangen werden (siehe dazu den „Datenkreislauf“ in Kortenkamp und Rolka, erscheint), wobei die Daten nicht mehr in ihren ursprünglichen Kontext eingebettet sind. Unsere Untersuchung basiert darauf, die Arbeit mit „rohen“ Daten in einer Form zu gestalten, dass die Schülerinnen und Schüler in einfacher Weise viele Visualisierungen zu verschiedenen Daten erhalten. Zudem sollen sie diese gezielt verändern können, um den Effekt der Veränderung unmittelbar und simultan in mehreren Darstellungen zu erleben. Diese Arbeit auf der zunächst rein mathematischen Ebene soll ein besseres Verständnis der Visualisierungsform „Boxplot“ erreichen und damit indirekt die Interpretationsfähigkeit stärken.

2. Empirische Studie und ausgewählte Ergebnisse

Aufgaben und Applet: Aufgrund der oben erwähnten Schwierigkeiten mit Boxplots wurden Aufgaben erstellt, die den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, mit Hilfe eines Applets sowohl Möglichkeiten als auch Grenzen von Boxplots zu erforschen. Im Applet können die Schülerinnen und Schüler beispielsweise Werte verändern, hinzufügen oder entfernen. Da es nach Bakker, Biehler und Konold (2004) für Schülerinnen und Schüler schwierig ist, die einzelnen Werte in der Boxplotdarstellung nicht mehr identifizieren zu können, wurde das Applet so konstruiert, dass es über eine simultane, multiple Repräsentation den Blick auf die Datenreihe sowohl in symbolischer Form (Werte) als auch in ikonischer Form (Datenpunkte) zulässt. Bei einer geordneten Datenreihe (Rangliste) wird darüber hinaus im Applet automatisch der dazugehörige Boxplot samt einer Zuordnung zu den Daten eingeblendet:

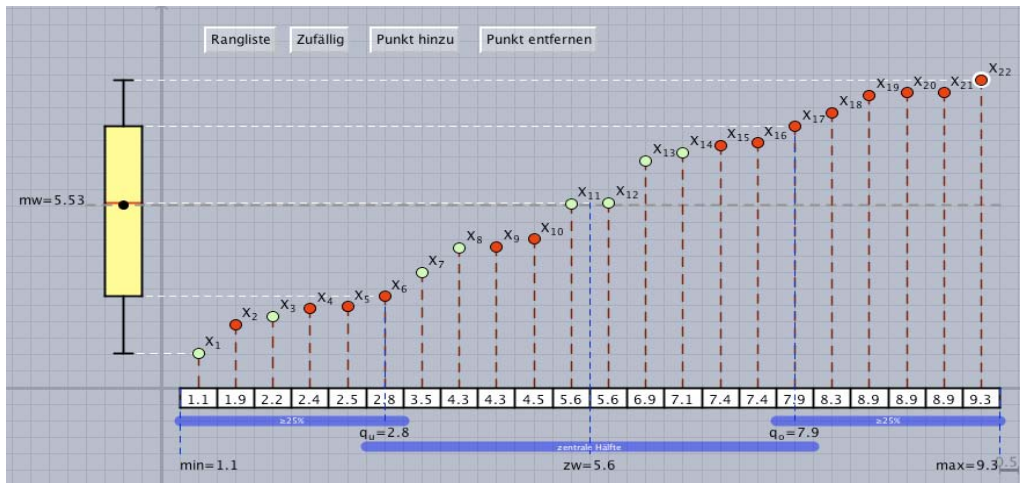


Abb. 3: Das Boxplot-Applet

Untersuchungspersonen und -methoden: Das Applet wurde in einer Realschule (9. Klasse) in Baden-Württemberg im Rahmen einer Unterrichtsstunde (45 Min.) im Computerraum der Schule eingesetzt. Die Schülerinnen und Schüler kannten Boxplots bereits aus der 8. Klasse, hatten aber diese zuvor noch nicht mit dem Computer erstellt oder mit dem Applet gearbeitet. Sie bekamen zusätzlich zum elektronischen Material ein Informationsblatt mit der Wiederholung der Grundlagen zu Boxplots, ein Aufgabenblatt zur Arbeit in Zweiergruppen mit dem Applet, und drei Interpretationsaufgaben, die unabhängig vom Applet zu bearbeiten waren.

In Klasse 11 einer Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen wurde das Applet im Rahmen von Interviews mit drei Schülerinnen und Schülern eingesetzt. Vorab erhielten sie ebenfalls das Informationsblatt zur Wiederholung der Grundlagen zu Boxplots. Im Anschluss an die Interviews beantworteten die Schülerinnen und Schüler schriftlich Interpretationsaufgaben zu Boxplots.

Ausgewählte Ergebnisse: Hier kann leider lediglich ein Zitat eines Elftklässlers aus der individuellen Arbeit mit dem Applet präsentiert werden. Am Ende des Interviews wird der Schüler nach einer Zusammenfassung seiner Einsichten gefragt und bezieht sich noch einmal auf die erste Aufgabe, bei der nur das arithmetische Mittel verändert werden sollte:

„Ja also einmal, dass der Boxplot halt nur so von einzelnen Werten abhängig ist. Also hier bei 5 Punkten, wirklich von diesen 5 Punkten genau und bei 9 Punkten liegen dazwischen halt noch mehr Punkte, die eh keinen Einfluss darauf haben. Die kann man halt verändern wie man will, ohne dass sich der Boxplot verändert. Dann verändert sich halt nur der Mittelwert.“

Der Schüler hat demnach herausgefunden, dass sich ab einer genügend großen Anzahl von Werten zwischen den Quartilen und dem Median ebenfalls Werte befinden, die keinen Einfluss auf die Boxplotdarstellung haben und dementsprechend in gewissen Grenzen verändert werden können. Auch bei den Interpretationsaufgaben zeigte dieser Schüler viel versprechende Ansätze.

3. Fazit

Das Boxplot-Applet scheint gut geeignet zu sein, die Arbeit mit dieser Visualisierungsform im Unterricht zu vereinfachen. Wir können aber über die tatsächlichen Auswirkungen auf die Interpretationsfähigkeiten erst wenig aussagen. Aus den bisherigen Voruntersuchungen wird klar, dass die tatsächlich vorhandenen Stärken von Boxplots nicht immer ausgenutzt werden, aber wenigstens deren beschränkte Aussagefähigkeit für kleine Datenreihen erkannt wird. In den Interviews wurde dennoch deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe des Applets die Datenreihen besser beschreiben und erklären konnten.

Literatur

Bakker, A., Biehler, R. & Konold, C. (2004): Should young students learn about box plots? *Curricular Development in Statistics Education*, Sweden, 163-173.

Biehler, R. (2007): Denken in Verteilungen – Vergleichen von Verteilungen. *Mathematikunterricht*, 53(3), 3-11.

Kortenkamp, U. & Rolka, K. (erscheint). Using technology in the teaching and learning of box plots. In *Proceedings of CERME 6, Group 7: Technologies and resources in mathematical education*, Lyon 2009.

KMK (Hrsg.) (2004): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss – Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 4. 12. 2003*. München: Wolters Kluwer.

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (2004): *Bildungsplan 2004 Realschule*. URL: <http://www.bildungsstandards-bw.de> [Zugriff: 30.03.2009].