

Ulrich KORTENKAMP, Berlin

Kommunizieren und Dokumentieren von Geometrie

Der Computer als neues Medium

Computer haben sich als Werkzeug im Mathematikunterricht bewährt. Zur Vorbereitung und Gestaltung des Unterrichts werden sie – je nach Ausstattung der Schule und der Ausbildung der Lehrerinnen und Lehrer – eingesetzt, und es steht außer Frage, dass mit geeigneter Software neue Methoden der Vermittlung von Lerninhalten möglich werden. Es ist unbestritten, dass der Einsatz des Computers das Potenzial zu einer Verbesserung des Lernerfolges hat; in wie weit diese tatsächlich eintritt ist aber oft nicht untersucht oder basiert auf „weichen“ Daten, wie der persönlichen Einschätzung der Lehrenden oder Lernenden. Allein die *interessierte Beschäftigung* mit einem Thema garantiert noch keinen Erkenntnisgewinn, andererseits kann man aber auch sicher sein, dass *keine Beschäftigung* mit einem Thema garantiert keine Erkenntnisse liefert.

Experimentieren mit dem Computer

Es muss also ein Ziel sein, sowohl den Umgang mit Mathematik durch den Computer zu fördern, als auch die Auswirkungen dieser Beschäftigung zu messen und analysieren.

Als ein (neues) Beispiel der experimentellen Nutzung von Mathematiksoftware stellen wir hier zunächst kurz ein Thema aus dem zunehmend an Bedeutung gewinnenden Bereich der diskreten Mathematik vor. Hier stellt sich zunächst die Schwierigkeit, dass Probleme aus der *diskreten* Mathematik sich den dynamischen und damit zumindest ansatzweise *stetigen* Ansätzen von DGS entziehen. Obgleich viele Probleme meist aus geometrischen Fragestellungen (beispielsweise „Konvexe Hülle“-Probleme aus der algorithmischen Geometrie) oder geometrisch visualisierbaren Fragestellungen (wie in der Graphentheorie) erwachsen, können sie nicht mit dem geometrischen der drei Standardwerkzeuge CAS, DGS, Tabellenkalkulation, behandelt werden.

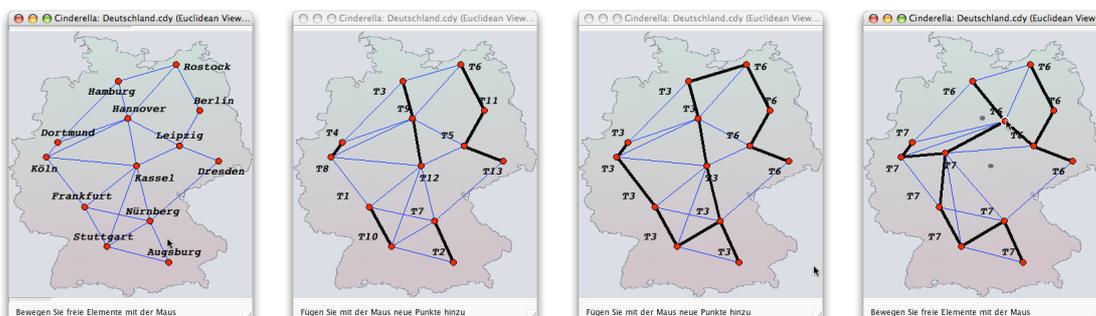
Dieses Problem lässt sich nicht leicht umgehen; Ein Ansatz sind hier die „boolean points“ von Cabri, die aber nur sehr eingeschränkt und auch nur von Profis verwendbar sind. In Systemen, die wie Cinderella auf komplexen Zahlen basieren, gibt es allerdings keinerlei Möglichkeit, direkt die notwendigen kleiner-als und größer-als Vergleiche zu erhalten.

Ein Blick in die Universität zeigt, dass dort die Vorlesungen über diskrete Mathematik meist durch Übungen begleitet werden, in denen die Studierenden eigenständig Algorithmen implementieren und so, unter Nutzung

von zusätzlichen Bibliotheken, sich ihre Experimentiersoftware selbst schaffen. Ein solcher Ansatz ist für den Mathematikunterricht in der Schule nicht realisierbar, und teils sogar durch die Rahmenlehrpläne verboten.¹

Ein von uns verfolgter Ansatz ist eine derzeit noch in der Entwicklung befindliche Erweiterung von Cinderella, mit der es möglich ist, die Software als Ein- und Ausgabemedium für in Java oder Jython (Python) geschriebene Algorithmen zu verwenden. Der Programmieraufwand bewegt sich hier selbst für Schüler in vertretbarem Rahmen, dennoch wird man in der Praxis aber wahrscheinlich auf für das jeweilige Projekt vorbereitete fertige Erweiterungen zurückgreifen.

In Abbildung 1a-d sind verschiedene Stadien in einer Experimentierphase zum Thema „Minimale aufspannende Bäume“ dargestellt. Zunächst wird in mehreren Schritten durch einen Algorithmus² eine Teilmenge der vorgegebenen Kanten zwischen deutschen Städten gefunden, so dass es von jeder Stadt zu jeder Stadt einen Weg über Kanten aus dieser Teilmenge gibt. Der Wert, der hier minimiert wird, ist die Summe über alle Kantenlängen in der Teilmenge. In einer weiteren Phase wird dann über den Zugmodus ausprobiert, wie sich diese Teilmenge – der minimal aufspannende Baum – ändert, falls Städte (bzw. realistischer: Vermittlungsknoten) verschoben werden.³



1a)

1b)

1c)

1d)

Dokumentation von Experimenten

Werden Experimente wie im vorherigen Abschnitt kurz beschrieben im Unterricht durchgeführt, so ist aus methodischer Sicht dringend notwendig, den Schülern eine Möglichkeit zur Dokumentation ihrer Arbeit zu geben. Wird beispielsweise ein Lerntagebuch geführt, so muss es möglich sein, die durchgeführten Untersuchungen zu beschreiben. Die Verbalisierung unab-

¹ so zum Beispiel in Berlin.

² Hier wird der Algorithmus von Boruvka verwendet.

³ Wir gehen hier nicht weiter auf die Untersuchung solcher Bäume im Unterricht ein, sondern verweisen auf die Arbeiten von Frau Lutz-Westphal, in diesem Band.

hängig vom Rechner und die neu formulierte Darstellung verfestigt das – hoffentlich – in der Experimentierphase erworbene Wissen. Es muss aber auch festgehalten werden, dass manche Beschreibungen von dynamisch durchgeführten Experimenten nicht wirklich möglich sind, und gerade Untersuchungen mit dynamischer Geometriesoftware erfordern zu ihrer Beschreibung oft Fähigkeiten, die nicht von Schülern erwartet werden können. Hier ist eine Möglichkeit der Dokumentation über der Geometriesoftware gleich berechnete Medien gefordert.

Seit einiger Zeit ist es nun möglich, Konstruktionen als interaktive Beispiele in das Internet oder auf CD-ROM bereitzustellen, entweder plattformunabhängig über Java-Applets oder für Windows als ActiveX-Plugin. Basierend auf solchen Export-Funktionen ist eine „multimediale“ Dokumentation bereits heute denkbar. Es muss aber einschränkend bemerkt werden, dass eine Dokumentation der Entstehungsgeschichte einer Konstruktion oder gar den durchgeführten Entdeckungen, die ja rein im Zugmodus geschehen sein können, nicht oder nur mit hohem Aufwand möglich ist.

Die CINERella-Erweiterung

Basierend auf diesen Erkenntnissen haben wir eine Erweiterung von Cinderella, CINERella genannt, konzipiert und prototypisch implementiert, mit der es möglich ist, jegliche Aktionen bei der Benutzung der Geometriesoftware „mitzuschneiden“ und später wieder abzuspielen. Zusätzlich stehen neue Werkzeuge, zum Beispiel ein elektronischer Textmarker zum Hervorheben von Konstruktionsteilen, und eine Ton-Aufnahmefunktion zur Verfügung. Die aufgenommenen Sequenzen können entweder innerhalb von Cinderella selbst oder auch in Web-Seiten abgespielt werden. Ist die Sequenz vollständig abgespielt, so kann mit daraus entstandenen Figuren weitergearbeitet werden.

Interaktive und Narrative Geometrie

Neben der oben skizzierten Möglichkeit, mit CINERella Dokumentationen der eigenen Aktivitäten zu erstellen, kann es auch anderweitig genutzt werden. So kann durch vorgefertigte „Filme“ die Einführung der Software erleichtert werden, da diese durch die Schüler eigenverantwortlich zu dem Zeitpunkt abgerufen werden können, an dem sie die Information benötigen. Hier wäre es denkbar, die im Programm integrierte Hilfe in diese Richtung zu erweitern.

Noch interessanter ist die Integration von Cinderella in die gestuften Hilfen der Cinderella-Übungsaufgaben. Hier können nun Arbeitsanweisungen und

Hilfen nicht nur statisch, sondern „narrativ“ (im Gegensatz zu interaktiv) gegeben werden.

An dieser Stelle muss ausdrücklich auf die ähnlichen Techniken verwiesen werden, die in MaDIN⁴ verwendet werden. Dort handelt es sich um Video-Sequenzen, die mit einem speziellen Programm aus Bildschirmfotos zusammengesetzt und vertont wurden. CINerella erleichtert die Erstellung solchen Materials um ein vielfaches.

Technische Realisierung

Im Gegensatz zu dem bei MaDIN verwendeten Ansatz⁵ nimmt CINerella nicht eine Serie von Bildschirmfotos auf, sondern erfasst die Mausbewegungen und Modusänderungen. Dadurch entstehen wesentlich kompaktere Beschreibungen (eine einminütige Sequenz ohne Ton benötigt ca. 120 Kb, die Tondaten werden separat gespeichert und die Größe ist formatabhängig). Zusätzlich bleiben so die logischen Zusammenhänge bestehen und der Film ist einer automatisierten statistischen Analyse zugänglich.

Didaktische Nutzung von CINerella

Durch diese technische Realisierung können nun auch die Effekte des Computereinsatzes einfacher analysiert werden. Dazu dienen Kennzahlen wie das Verhältnis zwischen Mausbewegungen und Ruhepausen („wird mit der Maus gedacht?“), die Summe der Bewegungszeiten für einzelne Elemente („warum wird immer Punkt C bewegt, aber nur selten Punkt A?“), oder Zeitpunkte von speziellen Aktionen („wie lange dauert es, bis der Höhengrenznippelpunkt gefunden wird?“). Stellt man eine ungewöhnliche (signifikante) Häufung von bestimmten Bewegungen fest, so kann man im Nachhinein mitgeschnittenen Aufnahmen genauer untersuchen.

Verfügbarkeit und Ausblick

Die CINerella-Erweiterung steht in der derzeitigen Entwicklungs-Version von Cinderella zur Verfügung, die auf Anfrage von kortenkamp@math.tu-berlin.de erhältlich ist. Eine Integration in eine zukünftige Version von Cinderella ist geplant.

Für die Zukunft ist unter anderem geplant, auch Video-Aufnahmen der Schüler zu integrieren, wie sie bereits in MaDIN und anderen Projekten gemacht werden. Diese können dann, zusammen mit der synchronisierten „Geometrie-Spur“ weiteren Aufschluss über die Arbeit mit DGS geben.

⁴ Stein, Tietze, Weigand, Weth: www.madin.net

⁵ der zum Zeitpunkt der Erstellung für MaDIN der bestmögliche war