

Ulrich KORTENKAMP, Karlsruhe, Christine BESCHERER, Ludwigsburg, Christian SPANNAGEL, Heidelberg

## **Schnittstellenaktivität Hochschul-Mathematikdidaktik**

### **1. Wozu Hochschul-Mathematikdidaktik?**

Auf der GDM-Tagung in München 2010 beschäftigten sich erfreulicherweise verschiedene Vorträge und Aktivitäten mit dem Thema Hochschul-Mathematikdidaktik, unter anderem eine 90-minütige Schnittstellenaktivität, auf die sich dieser Artikel bezieht. Obwohl schon in der ICMI Study von 2001 (Holton, 2001) von Claudi Alsina gefordert wurde: „Teaching mathematics at university level should be an enjoyable human experience in which professors share with students the discovery of a new mathematical world as well as their development as person.“ (Alsina, 2001, S. 11), ist der Alltag des Mathematiklernens an Hochschulen noch weit davon entfernt, eine „angenehme menschliche Erfahrung“ zu sein.

Die Notwendigkeit für die intensivere Beschäftigung mit Hochschul-Mathematikdidaktik ergibt sich aus verschiedenen Gründen:

- In vielen Studiengängen wie Ingenieurwissenschaften, Informatik, Psychologie und Wirtschaftswissenschaften sind Lehrveranstaltungen in Mathematik verpflichtende Bestandteile, insbesondere im Grundstudium. Nicht selten scheitern Studierende an den Anforderungen, die in diesen Veranstaltungen an sie gestellt werden. Hohe Durchfallquoten in Klausuren sind dabei sicher nicht nur auf die Lernunwilligkeit der Studierenden zurückzuführen, sondern insbesondere auch auf das Fehlen einer lernförderlichen didaktisch-methodischen Gestaltung der Vorlesung und der Übungen.
- Eine andere Ursache für Probleme der Studierenden in der Hochschulmathematik kann auch in der Nicht-Passung von Schulmathematik und Hochschulmathematik begründet sein. Der Mathematikunterricht in Schulen hat sich seit den eigenen Schulzeiten der Mathematiklehrenden geändert, und zwar sowohl bezüglich der vermittelten Inhalte als auch der eingesetzten Lehr-Lernmethoden und Prüfungsformen. So benötigen Studierende unter Umständen viel Zeit um sich auf die „andere“ Art des Mathematiklernens einzustellen.
- Der Einsatz von Technologie zur Berechnung mathematischer Probleme ist aus dem Alltag von Ingenieuren, Naturwissenschaftlern und Fachmathematikern nicht mehr wegzudenken. Trotzdem werden Studierende teilweise immer noch in einer fast „technik-feindlichen“ Art und Weise in Mathematik an der Hochschule ausgebildet.

- Lehramtsstudierende des Fachs Mathematik werden in mathematikdidaktischen Veranstaltungen in offene, aktivierende und produktive Formen von Mathematikunterricht eingeführt. Gleichzeitig erleben sie in den (Fach-)Veranstaltungen oft weiterhin frontalen Vorlesungsstil und Vorrechen-Übungen. Will man erreichen, dass die heutigen Lehramtsstudierenden neue Formen des Mathematiklernens in ihrem künftigen schulischen Wirken umsetzen, dann müssen sie in den Hochschulveranstaltungen aktivierende Formen des Mathematiklernens selbst kennen lernen. Dies bedeutet, aktives Mathematiklernen nicht nur in Didaktikvorlesungen zu „predigen“, sondern auch in den Vorlesungen umzusetzen.

## **2. Pro und Contra zu Vorlesungen in Mathematik**

In einer Diskussionsphase der Schnittstellenaktivität „Hochschul-Mathematikdidaktik“ sammelten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer die folgenden Punkte zu Für und Wider der (großen) Frontal-Vorlesungen in Mathematik:

### **Pro:**

- Experten-Novizen-Effizienzmodell (Vorlesungen sind eine sehr effiziente Möglichkeit, Expertenwissen an Novizen weiterzugeben.)
- Es gibt Inhalte, die müssen frontal vermittelt werden.
- Portionierung der Inhalte muss durch Experten erfolgen.
- Bedürfnis der Studierenden nach Strukturiertheit, „abgucken“ von Experten.
- Es gibt keine Forschungsergebnisse, die gegen die Methode der Vorlesung sprechen.
- Bisher wurde noch nichts Besseres gefunden.

### **Contra:**

- In Vorlesungen findet keine Sinnkonstruktion der Studierenden statt.
- Vorlesungen erfordern „perfekte“ Lehrende.
- Expertenwissen lässt sich nicht passend für alle portionieren.
- Hohe Abbrecherquoten sind Folge der (großen) Vorlesungen.
- Eigenes Erarbeiten und Entdecken kommen zu kurz.

Im Sinne einer prozessorientierten Sicht auf Mathematiklernen und mit dem Ziel, dass Studierende Mathematik treiben anstatt sie nur auswendig zu lernen, kommt insbesondere dem letzten Gegenargument eine besondere Bedeutung zu. Anstatt vorgetragene Inhalte zu rezipieren, sollten Studierende zum aktiven Mathematiktreiben angeregt werden.

In den folgenden Abschnitten werden drei Beispiele gegeben, wie man aktives Mathematiklernen in der Hochschullehre umsetzen kann: das „aktive Plenum“ als Alternative zu Frontalvorlesungen, aktivierende Übungen und eine projektorientierte Vorlesung zur anwendungsbezogenen Mathematik. Die Beispiele stammen aus der Lehramtsausbildung, können aber auch auf das Fachstudium übertragen werden.

### **3. Das aktive Plenum**

Große Gruppen verführen zur Methode des Vortrags. Der Dozent führt an der Tafel in mathematische Konzepte ein, schreibt Beweise an und erläutert Sätze und Axiome. Die Studierenden rezipieren den Vortrag. Nicht selten kommt es dabei vor, dass Studierende zu einem bestimmten Zeitpunkt „abgehängt“ werden und dem Gesagten nicht mehr inhaltlich folgen können. Die Folge davon ist, dass sie ohne Verständnis mitschreiben und dadurch oft wichtige Randbemerkungen nicht erfassen. Zudem besteht die Gefahr der „Illusion des Verstehens“: Studierende glauben, den präsentierten Lösungsweg verstanden zu haben, durchdringen aber nicht die kritischen Stellen und erwerben nur ein oberflächliches Verständnis. Darüber hinaus können Studierende mit einem niedrigen mathematischen Kompetenzgefühl zu der Ansicht gelangen, dass zwar der Dozent fähig ist, solche Lösungen zu produzieren, dass sie selbst dies aber niemals könnten.

Im Sinne des prozessorientierten Lernens werden Studierende in der Methode des aktiven Plenums dazu angehalten, die Lösungsprozesse kollaborativ selbst durchzuführen (Iberer, in press; Spannagel, in press). Bei dieser Methode wird die Gruppe als *Plenumsversammlung* aufgefasst, die gemeinsam Problemlösungen aushandelt, Entschlüsse fasst und Fragen klärt. Der Dozent verlässt die frontale Position, setzt sich in die letzte Reihe des Raumes und übergibt die Kontrolle an das Plenum. Studierende kommen nach vorne und lenken die Diskussion. So gibt der Dozent beispielsweise eine Beweisaufgabe an das Plenum. Zwei Studierende stehen vorne an der Tafel: Einer ruft Personen im Raum auf, die etwas zur Lösung des Problems beitragen möchten, ein anderer schreibt die Ideen und Lösungsschritte an die Tafel. Der Dozent muss dabei für die entsprechende Atmosphäre sorgen: Erstens muss absolute Ruhe herrschen. Zweitens muss der Dozent immer wieder herausstellen, dass Ideen einfach geäußert werden und nicht

(etwa aus Angst vor Fehlern) zurückgehalten werden sollen. Jeder Beitrag ist wichtig, auch derjenige, der zunächst in eine falsche Richtung weist. Drittens muss der Dozent die Studierenden an der Tafel methodisch unterstützen und Hinweise geben, falls diese nicht weiter wissen.<sup>1</sup>

Diese Methode hat mehrere Vorteile: Erstens trauen sich Studierende eher, Fragen zu stellen und Unklarheiten zu äußern. Diese Beiträge werden nämlich nicht an den Dozenten gerichtet, sondern an das Plenum. Die Studierenden diskutieren „unter ihresgleichen“. Zweitens werden Prozesse direkt im Plenum vollzogen. So werden nicht die fertigen Beweise an die Tafel geschrieben, sondern der *Beweisprozess* findet – sichtbar für alle – im Plenum statt. Dabei können auch Beweisideen auftauchen, die in eine falsche Richtung weisen oder in eine Sackgasse. Das Plenum kann dann gemeinsam aushandeln, *warum* dieser Ansatz nicht zielführend ist und ein anderer gewählt werden sollte. Derartige Überlegungen werden selten in Dozentenvorträgen explizit aufgegriffen und durchgeführt. Drittens kann der Dozent sich voll und ganz auf die Beiträge der Studierenden konzentrieren, weil er sich aus der Frontalposition herausgenommen hat. Er kann die Lösungswege der Studierenden beobachten, er bekommt mit, welche Begriffe die Studierenden wählen und beispielsweise bei einer fehlerhaften Verwendung der Fachsprache eingreifen.

Wichtig ist hier die Wahl des richtigen Zeitpunkts, in dem der Dozent in das aktive Plenum eingreift, falls dies notwendig ist. Er sollte sich nicht zu früh äußern, damit die Chance besteht, dass Fehler vom Plenum selbst entdeckt und korrigiert werden. Ein zu spätes Einbringen führt allerdings dazu, dass Unsicherheit im Plenum entsteht. Hier ist eine gewisse Intuition notwendig, die sich mit der Zeit ausbildet.

Selbstverständlich kommt keine Lehrveranstaltung ohne inhaltlichen Input aus. Dieser kann beispielsweise durch das vorbereitende Lesen eines Skriptteils erfolgen. Es muss dabei klar sein, dass eine Teilnahme am aktiven Plenum ohne inhaltliche Vorbereitung nicht sinnvoll ist. Darüber hinaus ist das aktive Plenum nur eine der zur Auswahl stehenden *Methoden*, die im Rahmen eines Methodenmixes in der Vorlesung eingesetzt werden können. So kann der Dozent beispielsweise zu Beginn der Vorlesung in einem 15minütigen Vortrag das gelesene Skript zusammenfassen und wichtige Punkte hervorheben. Anschließend findet das aktive Plenum statt.

---

<sup>1</sup> Z.B. „Schauen Sie einmal, dort meldet sich jemand. Rufen Sie ihn doch auf.“ - „Fragen Sie doch, welche der beiden Lösungsmöglichkeiten wir als erstes aufgreifen sollten.“ usw.

#### 4. Aktive Übungen

Das traditionelle Konzept von Vorrechen-Übungen beruht in erster Linie auf einem Vorführen einer Musterlösung. Dazu bearbeiten Studierende im Vorfeld einer Übungsstunde eigenständig oder in Lerngruppen wöchentliche Übungsaufgaben. In der Übungsstunde selbst führt dann der Tutor oder einzelne Studierende eine Lösung vor. Im Idealfall überprüfen die Studierenden anhand der Musterlösung ihre eigenen Lösungen, stellen Fragen und übertragen im Nachhinein die gesehenen Lösungswege auf andere, ähnliche Probleme. Problematisch ist an diesem Konzept, dass Studierende oft nicht in ausreichendem Maße die Übungsaufgaben selbstständig vorbereiten und häufig in der Übungsstunde erstmals mit den Aufgaben und deren Lösungen in Berührung kommen.<sup>2</sup> Sie schreiben dann die Lösungen oft ohne Verständnis ab, um sie zu einem späteren Zeitpunkt (meist direkt vor der Klausur) nachzuvollziehen. Darüber hinaus besteht auch hier die Gefahr der „Illusion des Verstehens“ (s. Abschnitt 3).

Im vom BMBF geförderten Projekt SAiL-M, in dem die Pädagogischen Hochschulen Ludwigsburg, Schwäbisch Gmünd und Weingarten sowie die RWTH Aachen beteiligt sind, werden neben einigen anderen Zielen (vgl. <http://www.sail-m.de>) auch die Entwicklung und Beschreibung von Studierenden aktivierenden Mathematikübungen verfolgt (Spannagel & Bescherer, 2009; Bescherer, Spannagel & Müller, in press). Im Gegensatz zu traditionellen Übungen rechnet hier der Tutor nicht vor, sondern betreut die Studierenden bei ihrer individuellen Arbeit an den Problemen und gibt ihnen Feedback zu ihren Lösungen. Im SAiL-M-Übungskonzept gibt es kein wöchentliches Übungsblatt, das von allen Studierenden gelöst werden soll, sondern 6-8 umfangreichere Arbeitsanregungen. Die Anregungen werden in drei Kategorien eingeteilt. Unter der Überschrift „Technik/ Methoden“ werden Aufgaben zusammengefasst, mit deren Hilfe neu eingeführte oder schon bekannte Verfahren und (Rechen-)Methoden geübt werden können. Diese Anregungen sollen möglichst selbstständig bearbeitet werden. Unter dem Stichwort „Vertiefung“ werden komplexe, offene Problemaufgaben, die zahlreiche Lösungsmöglichkeiten zulassen und zur Diskussion anregen, zusammengefasst. Dabei sollen insbesondere die Erkenntnisse, die in vorangegangenen Vorlesungen gewonnen werden konnten, angewandt werden. Die dritte Kategorie ist „Erfahrung“. Dies sind Anregungen, bei denen die Studierenden Vorerfahrungen zu Vorstellungen / Begriffen sammeln (oder auffrischen) können, die dann in der folgenden Vorlesung systematisiert und formalisiert werden.

---

<sup>2</sup> Es gibt viele verschiedene Arten, die Vorarbeit der Studierenden durch Zwangsmaßnahmen wie z. B. Votierlisten anzuregen.

Die Studierenden suchen sich zur Bearbeitung aus jeder Kategorie mindestens eine Anregung aus. In den Übungsstunden sitzen die Studierenden in ihren Teams zusammen und bearbeiten die Arbeitsanregungen. Dabei dürfen sie alle Werkzeuge, die sie als sinnvoll im Rahmen der Aufgabebearbeitung halten, benutzen, also auch Taschenrechner und Laptops.<sup>3</sup> Die Arbeitsanregungen enthalten auch Tipps und Hinweise, welche Werkzeuge empfehlenswert sind.

Die Tutoren verraten dabei nicht die Lösungen, sondern geben Tipps bzw. verhindern, dass sich die Studierenden allzu sehr in „falschen“ Lösungswegen verrennen. Darüber hinaus geben sie Rückmeldung zu den Lösungsprozessen, wenn dies gewünscht wird<sup>4</sup>. Weiter können Probleme oder interessante Fragen in virtuellen Foren zu diskutieren oder im offenen Mathe-Raum (einer Tutorensprechstunde) besprochen werden.

Dieses Konzept dient insbesondere dazu, die Motivation der Studierenden im Sinne der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) zu fördern: Faktoren wie die Wahrnehmung von Autonomie (Wahlfreiheit bei den Arbeitsanregungen), die Wahrnehmung eigener Kompetenz (Feedback der Tutoren) und soziale Eingebundenheit (Arbeit in Teams und in der virtuellen Plattform) fördern selbstbestimmte Formen der Motivation. Darüber hinaus soll die mathematische Selbstwirksamkeitserwartung der Studierenden dadurch gestärkt werden, dass sie sich selbst als kompetent beim Lösen der Aufgaben erleben.

## **5. AnOrMaL: Projektorientiertes Lernen in „Vorlesungen“**

Web-2.0-Anwendungen wie Wikis, Youtube, Facebook und Twitter ermöglichen es, Lehrveranstaltungen zu öffnen und Lehrende wie Lernende mit Personen außerhalb der Bildungsinstitution zu vernetzen (Spannagel & Schimpf, 2009). Gerade in Lehrveranstaltungen zur anwendungsbezogenen Mathematik können reale und virtuelle Vernetzungen mit Personen außerhalb der Hochschule genutzt werden, um authentische Kontexte für die Einbindung von Mathematik zu nutzen. Dies wurde in einer gemeinsamen Veranstaltung der Pädagogischen Hochschulen Karlsruhe und Heidelberg im Wintersemester 2009/10 unter dem Namen „AnOrMal – Anwendungsorientiert Mathematik lernen“ im Rahmen von Vorlesungen für Lehramtsstudierende durchgeführt.

Traditionell wurde die Veranstaltung bisher entweder als klassische Vorlesung oder in Seminarform (mit Vorträgen der Studierenden) durch-

---

<sup>3</sup> Dieses Konzept ist in dem didaktischen Pattern TECHNOLOGY ON DEMAND beschrieben, vgl. <http://www.sail-m.de>.

<sup>4</sup> Didaktisches Pattern FEEDBACK ON DEMAND, vgl. <http://www.sail-m.de>.

geführt.<sup>5</sup> Das neue Veranstaltungskonzept sollte Raum für projektbezogenes Arbeiten bieten, bei dem die Studierenden sich intensiv mit einem Thema befassen und dann geeignet aufbereiten. Im Gegensatz zu Seminarvorträgen wurde aber – im Sinne der Produktorientierung bei Projekt-Arbeit – Wert darauf gelegt, dass diese Aufbereitung *öffentlich* stattfindet und die Beschäftigung zudem relevant für die Studierenden und ihren weiteren Bildungsweg ist. Als Endprodukt wurde daher statt eines Vortrages ein Video verlangt, welches auf der Online-Plattform YouTube veröffentlicht werden musste.<sup>6</sup> Die Studierenden beider Hochschulen waren dabei das Semester hindurch über Web-2.0-Tools wie Wikis, Facebook und Flickr miteinander vernetzt.<sup>7</sup>

Zur Unterstützung der Lern- und Arbeitsprozesse wurden Zwischenaufgaben (sog. „Challenges“) gestellt. Als erste Aufgabe sollten alle ein Foto zum Thema „Mathematik“ auf Flickr.com bereitstellen. So wurde zum einen bereits frühzeitig in der Veranstaltung auf den Einsatz von Online-Tools vorbereitet und zudem die gewünschte Einstellung zur Mathematik („Mathematik ist überall“) bei den Studierenden hervorgerufen. Im weiteren Verlauf interviewten Studierende dann in kleinen Teams Personen in verschiedenen Berufen und fanden dabei heraus, welche Mathematik sie im Rahmen ihrer Arbeit benötigen bzw. benutzen.

In den Veranstaltungszeiten, die früher für Vorträge zu unterschiedlichen Themen der anwendungsbezogenen Mathematik genutzt wurden, berieten die Studierenden in ihren Teams ihr weiteres Vorgehen. Gelegentlich führte der Dozent in gewisse Themen ein, z.B. mathematisches Modellieren, die Nutzung des Wikis oder die Erstellung von Storyboards für die Produktion des Films. Während früher verschiedene Themen in der Breite inhaltlich angerissen wurden, mussten sich die Studierenden vertieft in ein einziges Thema einarbeiten. Der Schwerpunkt verschob sich dabei von breitem inhaltlichem Wissen hin zu vertieftem Prozesswissen: Die Studierenden lernten, sich selbstständig in ein unbekanntes mathematisches Gebiet einzuarbeiten und dies verständlich für andere inhaltlich und medial aufzubereiten. Diese Kompetenz wird auch später in der Schule benötigt.

Die Meinungen der Studierenden zum neuen Konzept waren größtenteils positiv. Es wurde gelobt, dass Alternativen zum traditionellen Vorlesungskonzept ausprobiert werden, und dass man mit einer solchen Veranstaltung

---

<sup>5</sup> Die zweistündige Veranstaltung war mit 2 ECTS-Punkten ausgewiesen, eine Note war nicht erforderlich.

<sup>6</sup> Die von den Studierenden produzierten Filme sind auf YouTube unter der Adresse <http://tinyurl.com/ykptepl> zu finden. (letzter Abruf am 1.4.2010)

<sup>7</sup> siehe <http://cermat.org/wiki/index.php/AnOrMaL> (letzter Abruf am 27.3.2010)

besser auf die spätere Tätigkeit als Mathematiklehrerin oder -lehrer vorbereitet wird. Andererseits wünschten sich aber auch einige Studierende mehr mathematischen „Input“ vonseiten der Dozenten. Bemängelt wurde auch, dass die große Freiheit, die im Konzept lag, nicht von allen gut genutzt wurde. Es wurde vorgeschlagen, dass zu jeder Veranstaltung eine Pflichtanwesenheitsphase von 5 Minuten eingeführt wird, in der – ganz real – der Kontakt zwischen allen Studierenden hergestellt wird.

## 6. Ausblick

Die hier vorgestellten Konzepte sind zurzeit in der Entwicklungs-, Erprobungs- und Evaluationsphase. Um gesicherte Erkenntnisse über die Wirkung bestimmter Methoden in der Mathematiklehre an der Hochschule zu erhalten, müssen zukünftig verstärkt hochschul-mathematikdidaktische Forschungsprojekte durchgeführt werden. Aus diesem Grund wurde Ende des Jahres 2009 ein neuer GDM-Arbeitskreis „Hochschul-Mathematikdidaktik“ gegründet, dessen Aufgabe es ist, den Austausch in diesem Feld voranzutreiben. Weitere Informationen und Ansprechpartnerinnen dazu finden sich unter <http://www.hochschulmathematikdidaktik.de>.

## Literatur

- Alsina, C. (2001). Why the professor must be a stimulating teacher. In D. Holton (Ed.) (2001). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study* (S. 3-11). Dordrecht: Kluwer.
- Bescherer, C., Spannagel, C. & Müller, W. (in press). Activating students in introductory mathematics tutorials (europlop 2008). In Schlummer, T. (Hrsg.) *Proceedings-Band der EuroPLoP 2008*, Irsee, Deutschland.
- Deci, E. L. & Ryan, R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 39(2), 223–238.
- Holton, D. (Ed) (2001). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer.
- Iberer, U. (in press). Das Aktive Plenum: Neue didaktische Potenziale einer klassischen Sozialform. Erscheint in L. Berger, C. Spannagel & J. Grzega (Hrsg.), *Lernen durch Lehren im Fokus. Berichte von LdL-Einsteigern und LdL-Experten*.
- Spannagel, C. (in press). Das aktive Plenum in Mathematikvorlesungen. Erscheint in L. Berger, C. Spannagel & J. Grzega (Hrsg.), *Lernen durch Lehren im Fokus. Berichte von LdL-Einsteigern und LdL-Experten*.
- Spannagel, C. & Schimpf, F. (2009). Öffentliche Seminare im Web 2.0. In A. Schwill & N. Apostolopoulos (Hrsg.), *Lernen im Digitalen Zeitalter. Workshop-Band. Dokumentation der Pre-Conference zur DeLFI 2009* (S. 13–20). Berlin: Logos.
- Spannagel, C. & Bescherer, C. (2009). Didaktische Entwurfsmuster für technologieunterstützte Mathematikübungen. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009*. Hildesheim: Franzbecker